



**ESTUDIOS MATEMÁTICOS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Martes 3 de mayo de 2005 (tarde)

1 hora

Número de convocatoria del alumno

0	0								
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

---

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o con tres cifras significativas.

*Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario, puede utilizar para sus cálculos el espacio que queda debajo del cuadro. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.*

1. A continuación aparecen los cinco primeros términos de una progresión aritmética.

2, 6, 10, 14, 18

- (a) Escriba el sexto número de esta progresión.
- (b) Calcule el término que ocupa el lugar 200.
- (c) Calcule la suma de los 90 primeros términos de la progresión.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

2. En un torneo de tenis, el número de juegos en cada set han sido

9, 7, 8, 11, 9, 6, 10, 8, 12, 6, 8, 13, 7, 9, 10, 9, 10, 11,  
12, 8, 7, 13, 10, 7, 7.

Se han organizado estos datos en la siguiente tabla de frecuencias.

juegos	frecuencia
6	2
7	5
8	$n$
9	4
10	4
11	2
12	2
13	2

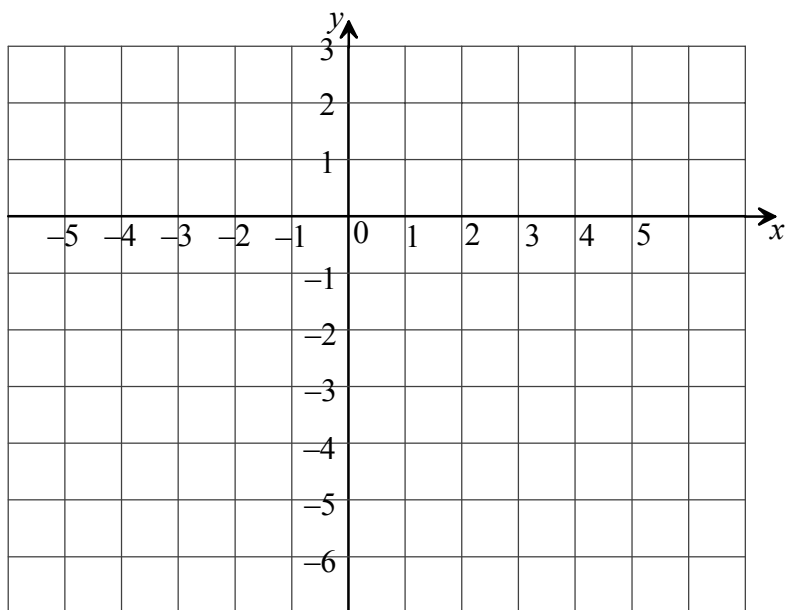
- (a) Escriba el valor de  $n$ .
- (b) Calcule el número medio de juegos por set.
- (c) ¿Qué porcentaje de sets tuvieron más de 10 juegos?
- (d) ¿Cuál es la moda del número de juegos?

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_
- (d) \_\_\_\_\_

3.



- (a) Dibuje en la cuadrícula superior una recta que tenga pendiente  $-3$  y que pase por el punto  $(-2, 0)$ .
- (b) Halle la ecuación de esa recta.

<i>Operaciones:</i>	<i>Respuesta:</i> (b) _____
---------------------	--------------------------------

4. (a) Convierta 0,001673 litros en mililitros (ml). Aproxime la respuesta redondeando a los ml.

La unidad de energía en el SI es el Julio. La energía que posee un objeto de masa  $m$  que se mueve a una velocidad  $v$  viene dada por  $\frac{1}{2}mv^2$  (Julios).

- (b) Calcule la energía de un cometa de masa 351223 kg que viaja a una velocidad de 176,334 m/seg. Aproxime la respuesta con **seis** cifras significativas.

En el sistema de unidades del SI, la distancia se mide en metros (m), la masa en kilogramos (kg) y el tiempo en segundos (s). El momento de un objeto viene dado por la masa del objeto multiplicada por su velocidad.

- (c) Escriba la combinación correcta de unidades del SI (m, kg, s) para expresar el momento.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_  
(b) \_\_\_\_\_  
(c) \_\_\_\_\_

5. La ecuación  $M = 90 \times 2^{-t/20}$  da la cantidad, en gramos, de un material radioactivo almacenado en un laboratorio después de  $t$  años.

(a) ¿Cuál era la masa original del material radioactivo?

La siguiente tabla nos ofrece algunos valores de  $M$ .

$t$	60	80	100
$M$	11,25	$v$	2,8125

(b) Halle el valor de  $v$ .

(c) Calcule el número de años que han de pasar para que la masa de material radioactivo sea de 45 gramos.

*Operaciones:*

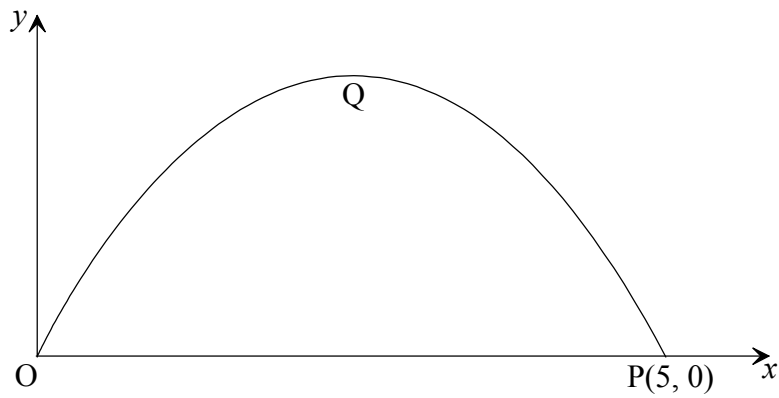
*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_

6. El diagrama que aparece a continuación muestra la gráfica de  $y = c + kx - x^2$ , donde  $k$  y  $c$  son constantes.



- (a) Halle los valores de  $k$  y  $c$ .
- (b) Halle las coordenadas de Q, el punto más alto de la gráfica.

*Operaciones:*

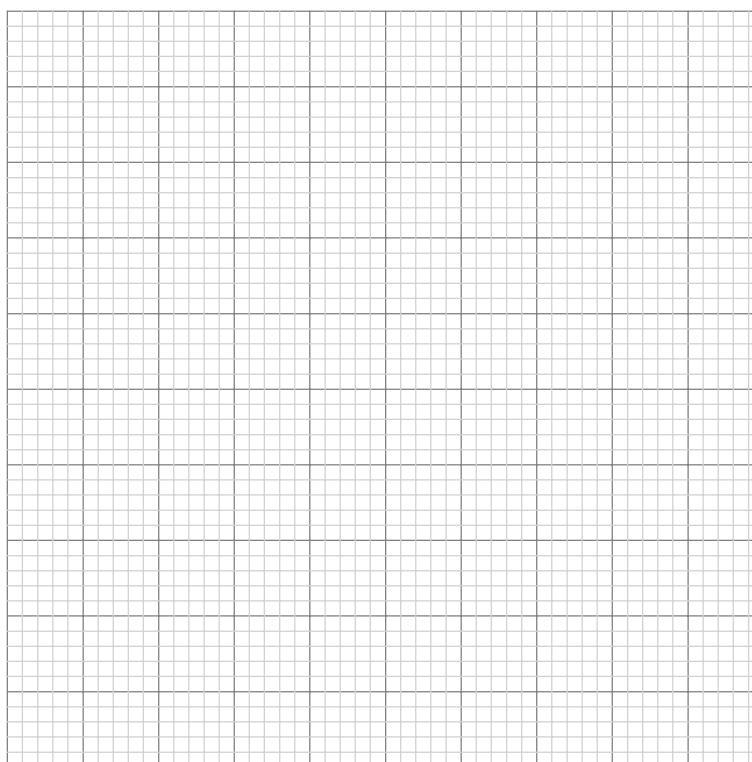
*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_

7. El ayuntamiento de la ciudad ha realizado un control sobre el número de coches aparcados cerca de un supermercado cada hora. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Coches aparcados/hora	Frecuencias	Frecuencias acumuladas
0 – 19	3	3
20 – 39	15	18
40 – 59	25	$w$
60 – 79	35	78
80 – 99	17	95

- (a) Escriba el valor de  $w$ .
- (b) Dibuje y rotule la gráfica de **frecuencias acumuladas** de estos datos.



*(Esta pregunta continúa en la siguiente página)*



*(Pregunta 7: continuación)*

- (c) Determine la mediana del número de coches por hora aparcados cerca del supermercado.

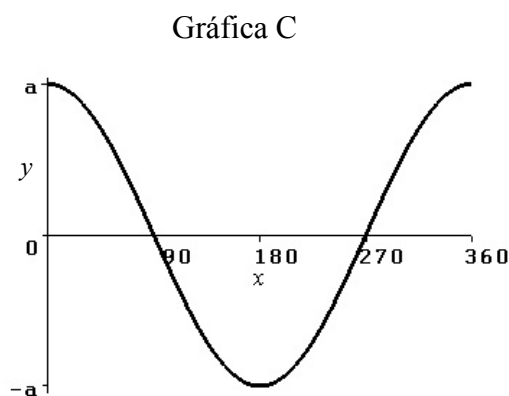
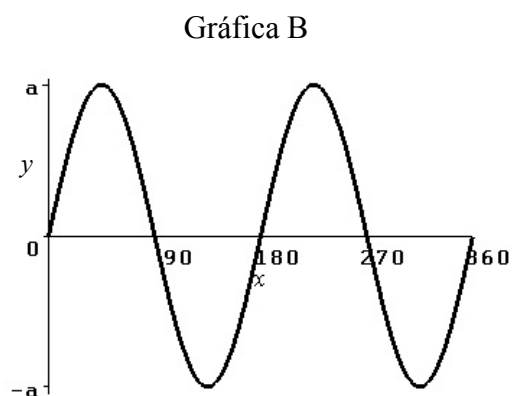
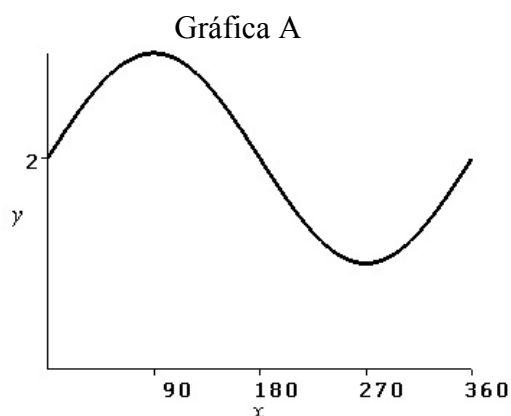
*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_

8. A continuación aparecen las gráficas de tres funciones trigonométricas. La variable  $x$  se mide en grados, con  $0 \leq x \leq 360$ . La amplitud " $a$ " es una constante positiva tal que  $0 < a \leq 1$ .



- (a) Escriba, en la siguiente tabla, la letra de la gráfica junto a la función que la representa.

FUNCIÓN	GRÁFICA
$y = a \cos(x)$	
$y = a \operatorname{sen}(2x)$	
$y = 2 + a \operatorname{sen}(x)$	

- (b) Determine el período de la función que aparece en la gráfica B.
- (c) Determine el recorrido de  $y = 2 + a \operatorname{sen}(x)$  en función de la constante  $a$ .

*(Esta pregunta continúa en la siguiente página)*

*(Pregunta 8: continuación)*

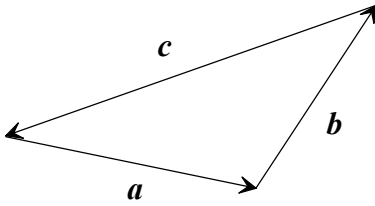
*Operaciones:*

*Respuestas:*

(b) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_

9. El siguiente diagrama muestra los vectores  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  y  $\mathbf{c}$ .



(a) Escriba una ecuación que relacione  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  y  $\mathbf{c}$ .

(b) (i) Si  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$  y  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ , exprese  $\mathbf{c}$  en forma de vector columna.

(ii) Calcule el módulo de  $\mathbf{c}$ .

*Operaciones:*

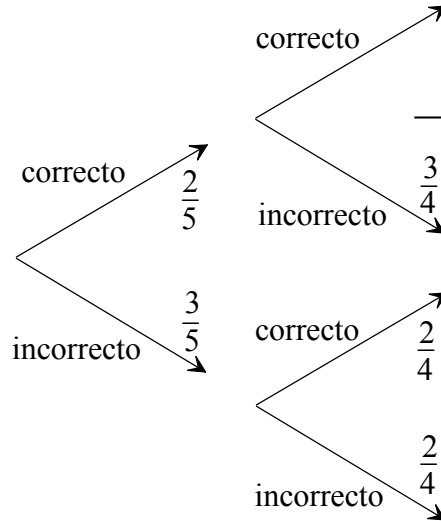
*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) (i) \_\_\_\_\_

(ii) \_\_\_\_\_

10. Sandra intenta responder a una pregunta de examen. Tiene que elegir dos afirmaciones correctas de una lista de cinco. A continuación aparece un diagrama de árbol que muestra las posibles elecciones de Sandra. En él falta el valor de una de las probabilidades.



- (a) Escriba sobre el diagrama la probabilidad que falta.
- (b) (i) Si Sandra elige dos afirmaciones al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que sólo una de ellas sea correcta?
- (ii) Sandra sabe con certeza cuál es la primera afirmación correcta, pero elige la segunda al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean correctas?

<p><i>Operaciones:</i></p>	<p><i>Respuestas:</i></p>
	(b) (i) _____
	(ii) _____

11. Una familia de Malasia recibe un regalo de 4000 dólares australianos (AUD) de un primo que vive en Australia.

Se convierte el dinero en ringgits malayos. El ringgit se cambia a 0,4504 AUD.

- (a) Calcule la cantidad de ringgits recibidos.

El dinero se invirtió durante 2 años y 6 meses al 5,2 % anual compuesto mensualmente.

- (b) Calcule la cantidad de interés percibido en esta inversión. Aproxime la respuesta a las unidades en ringgits.

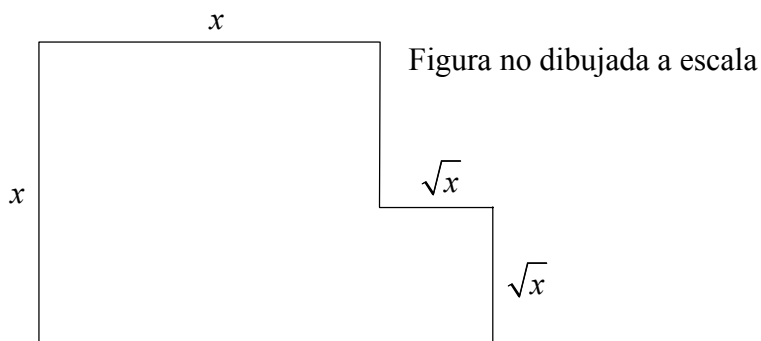
*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

12. Se va a construir una piscina con la forma de la letra L. Esta forma se consigue mediante dos cuadrados cuyos lados miden  $x$  y  $\sqrt{x}$ , tal como se muestra.



- (a) Escriba una expresión para el área  $A$  de la superficie de la piscina.
- (b) El área  $A$  va a ser de  $30 \text{ m}^2$ . Escriba una ecuación cuadrática que refleje esta información.
- (c) Halle las dos soluciones de la ecuación del apartado (b).
- (d) ¿Cuál de las soluciones del apartado (c) es el valor correcto de  $x$  para la piscina? Explique brevemente la razón de su elección.

<p><i>Operaciones:</i></p>	<p><i>Respuestas:</i></p> <p>(a) _____</p> <p>(b) _____</p> <p>(c) _____</p> <p>(d) _____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>
----------------------------	--

13. Pedro ha calificado 80 exámenes. Ha calculado que la calificación media por examen es 62,1. María ha calificado 60 exámenes con una calificación media de 56,8.
- (a) Pedro descubre que ha cometido un error en la calificación. Por ello asigna dos puntos más a once de los exámenes. Calcule el nuevo valor de la media de los exámenes de Pedro.
  - (b) Una vez realizadas las oportunas rectificaciones y cambiadas las calificaciones, Pedro y María juntan todos los exámenes. Calcule el valor de la media de todos los exámenes.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_



14. (a) Suponiendo que  $x = 2,6 \times 10^4$  e  $y = 5,0 \times 10^{-8}$ , calcule el valor de  $w = x \times y$ . Exprese la respuesta en la forma  $a \times 10^k$ , con  $1 \leq a < 10$  y  $k \in \mathbb{Z}$ .
- (b) **Dos** de las siguientes afirmaciones acerca de la naturaleza de  $x$ ,  $y$  y  $w$  son **incorrectas**. Indique cuáles son.
- (i)  $x \in \mathbb{N}$
  - (ii)  $y \in \mathbb{Z}$
  - (iii)  $y \in \mathbb{Q}$
  - (iv)  $w < y$
  - (v)  $x + y \in \mathbb{R}$
  - (vi)  $\frac{1}{w} < x$

*Operaciones:*

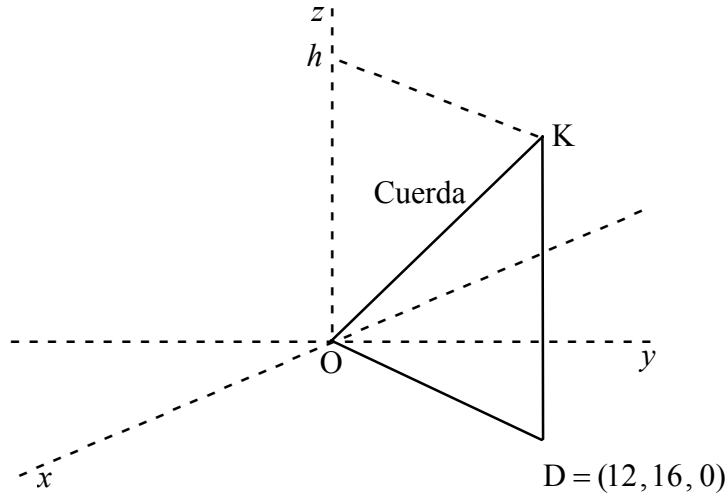
*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

15. Omar se encuentra en el punto O, de coordenadas (0, 0, 0). Está volando una cometa que se encuentra en el punto K, a una altura de  $h$  metros sobre el suelo. Los ejes  $x$  e  $y$  están sobre el suelo, y el eje  $z$  es perpendicular al mismo.

El perro de Omar está situado en el punto  $D = (12, 16, 0)$  sobre el suelo, en la **perpendicular** desde la cometa. La situación descrita se muestra en el siguiente diagrama utilizando un sistema de ejes en 3 dimensiones  $x, y, z$ .



- (a) Escriba las coordenadas de la cometa K.
- (b) Calcule la distancia OD desde Omar hasta su perro.
- (c) Si la longitud de la cuerda OK es 30 m, halle  $h$ .
- (d) Halle el ángulo  $\hat{DOK}$ .

<p><i>Operaciones:</i></p>	<p><i>Respuestas:</i></p>
	(a) _____
	(b) _____
	(c) _____
	(d) _____